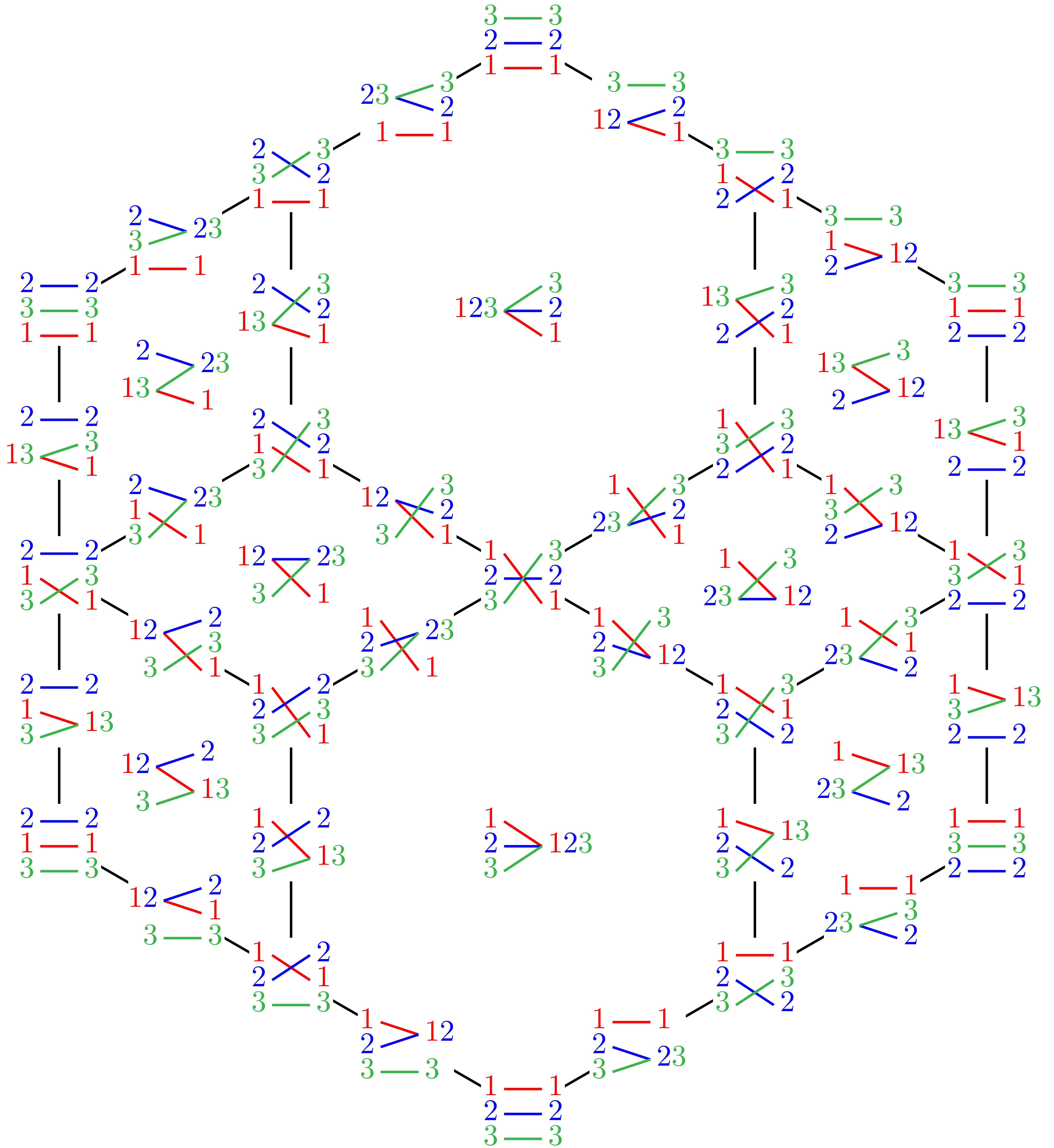


Approximation cellulaire de la diagonale du permutaèdre



L'application diagonale d'un polytope P , qui envoie un point p de P sur la paire (p,p) dans le produit cartésien $P \times P$, n'est pas cellulaire: l'image d'une face de P n'est pas une union de faces de $P \times P$. On lui cherche alors une approximation cellulaire, c'est-à-dire une application cellulaire qui lui soit homotope. En utilisant la projection qui envoie une paire (p,q) de $P \times P$ sur la moyenne $(p+q)/2$ dans P , on obtient une subdivision polytopale de P , où les faces sont données par la projection des paires de faces dans l'image de la diagonale cellulaire. Pour plusieurs usages en topologie algébrique, notamment pour la définition du produit cup en cohomologie singulière, il est crucial de définir une approximation cellulaire de la diagonale pour une famille de polytopes, par exemple la famille des simplexes ou celle des cubes. On a représenté ci-dessus la diagonale d'un hexagone, un polytope qui fait partie de la famille des permutaèdres. Le permutaèdre de dimension $(n-1)$ est le polytope donné par l'enveloppe convexe de toutes les permutations des nombres de 1 à n , interprétées comme coordonnées dans l'espace \mathbb{R}^n . Les faces du permutaèdre sont en bijection avec les partitions ordonnées des nombres de 1 à n , ce qui permet d'identifier les faces de l'approximation cellulaire de la diagonale avec certaines paires de partitions ordonnées, représentées ici à l'aide de graphes bipartis.

Dans ma thèse, j'ai défini des approximations cellulaires de la diagonale pour une grande famille de polytopes appelés opérades, qui comprend notamment les permutaèdres, et j'ai donné une formule générale permettant de décrire combinatoirement leur image, c'est-à-dire les faces qui apparaissent dans les subdivisions correspondantes. Cela m'a permis de définir, pour la première fois, un produit tensoriel explicite d'opérades à homotopie près, une structure importante en théorie de l'homotopie.

Guillaume Laplante-Anfossi, PhD 2022, LAGA: **Approximations cellulaires d'applications diagonales de polytopes opéradiques**, HAL: tel-03945476